

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Проректор по учебной работе и
довузовской подготовке**

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Вычислительная математика
по направлению:	Информатика и вычислительная техника
профиль подготовки:	Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра вычислительной физики
курс:	4
квалификация:	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 75 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 0 час.

лабораторные занятия: 45 час.

Самостоятельная работа: 60 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: А.В. Чикиткин, канд. физ.-мат. наук, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры вычислительной физики 30.04.2020

Аннотация

Программа данного курса включает в себя основные разделы вычислительной математики такие, как, теория погрешностей, основы вычислительной линейной алгебры, методы аппроксимации функций, численное дифференцирование и интегрирование, методы решения нелинейных уравнений, методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

После завершения курса студент будет иметь следующие компетенции:

1. Умение оценивать влияние различных типов погрешностей на итоговую погрешность вычислительного метода.
2. Умение решать основные задачи вычислительной линейной алгебры (вычисление матричных разложений, решение линейных систем, поиск собственных значений) путем реализации алгоритмов методов в виде компьютерных программ.
3. Умение строить приближения функций различного вида.
4. Умение вычислять приближенные решения нелинейных уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Сформировать у студентов систематическое представление о:

- 1) методах приближенного решения наиболее распространенных базовых типов математических задач;
- 2) источниках погрешностей и методах их оценки;
- 3) методах решения актуальных прикладных задач.

Задачи дисциплины

- 1) Освоение материала охватывающего основные задачи и методы вычислительной математики.
- 2) формирование целостного представления о численных методах решения современных научных прикладных задач.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

Область применения, теоретические основы, основные принципы, особенности и современные тенденции развития методов вычислительной математики.

уметь:

Применять методы численного анализа для приближенного решения задач в области своей научно-исследовательской работы.

владеть:

Программными средствами разработки вычислительных алгоритмов и программ, способами их отладки, тестирования и практической проверки соответствия реализованного алгоритма теоретическим оценкам.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Погрешности вычислений. Численное дифференцирование.	4		4	5
2	Задача интерполяции. Остаточный член интерполяции. Полиномиальная интерполяция.	4		6	10
3	Интерполяция по Чебышевским узлам. Сплайн-интерполяция.	4		6	10
4	Численное интегрирование.	2		6	10
5	Нормы. Обусловленность СЛАУ. Прямые, итерационные и вариационные методы решения СЛАУ.	6		6	10
6	Приближение функций.	2		6	5
7	Нелинейные алгебраические уравнения и системы.	2		5	5
8	Численное решение ОДУ. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Задача Коши. Краевые задачи.	6		6	5
Итого часов		30		45	60
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 7 (Осенний)

1. Погрешности вычислений. Численное дифференцирование.

Основные классы задач. Классификация погрешностей. Машинная арифметика. Примеры прикладных задач, решаемых численными методами.

2. Задача интерполяции. Остаточный член интерполяции. Полиномиальная интерполяция.

Существование и единственность алгебраического интерполяционного полинома. Интерполяционный полином в форме Лагранжа. Разделенные разности. Интерполяционный полином в форме Ньютона.

3. Интерполяция по Чебышевским узлам. Сплайн-интерполяция.

Остаточный член интерполяции. Выбор узлов интерполяции. Много-члены Чебышева. Сходимость интерполяционного процесса. Обусловленность задачи интерполяции, константа Лебега. Кусочно-полиномиальная интерполяция на примере кубического сплайна. Применения интерполяции с регуляризацией для регрессии зашумленных данных.

4. Численное интегрирование.

Квадратурные формулы Ньютона–Котеса и оценка их погрешностей. Квадратурные формулы Гаусса. Методы вычисления несобственных интегралов. Методы вычисления многомерных интегралов, методы Монте-Карло.

5. Нормы. Обусловленность СЛАУ. Прямые, итерационные и вариационные методы решения СЛАУ.

p-нормы векторов, нормы матриц, операторные нормы матриц. Изо-метричные матрицы. Разложение Шура. Нормальные матрицы, знакоопределенные матрицы, сингулярное разложение (SVD).

Примеры применения SVD: латентный семантический анализ данных; сжатие двумерных массивов.

Понятия обусловленности матрицы и линейной системы. Ряды Неймана, сходящиеся матрицы. Диагональное преобладание, круги Гершгорина. LU-разложение, метод Гаусса, выбор ведущего элемента. Метод Холецкого. QR-разложение, метод наименьших квадратов.

Пример применения QR разложения для решения задачи регрессии. Метод Рундсона, чебышёвский набор параметров релаксации. Методы Якоби, Зейделя. Методы, основанные на минимизации квадратичного функционала.

6. Приближение функций.

Приближение функций в L2 норме, ортогональные многочлены. Приближение функций в C-норме, условие альтернанса, алгоритм Ремеза. Многомерная интерполяция, радиальные базисные функции. Примеры нелинейных аппроксимаций, искусственные нейронные сети.

7. Нелинейные алгебраические уравнения и системы.

Локализация корней. Принцип сжимающих отображений. Метод простых итераций. Достаточное условие сходимости метода простых итераций. Метод Ньютона. Теорема о квадратичной сходимости метода Ньютона. Метод секущих. Пример прикладной задачи: вычисление равновесного состава смеси химических компонентов.

8. Численное решение ОДУ. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Задача Коши. Краевые задачи.

Понятия аппроксимации, сходимости, устойчивости на примере задачи для линейного ОДУ. Основная теорема теории разностных схем. Схема 2-го порядка для краевой задачи для уравнения 2-го порядка. Примеры методов решения задачи Коши: методы Рунге-Кутты, многошаговые методы, условия порядка.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная персональными компьютерами, мультимедиапроектором и экраном.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Введение в вычислительную математику [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. С. Рябенский .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Физматлит, 2008 .— 288 с.
2. 12 лекций по вычислительной математике : вводный курс [Текст] : учеб. пособие для вузов / В. И. Косарев .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Физматкнига, 2013 .— 240 с.

Дополнительная литература

2. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1989. — 608 с.
3. Хайрер Э., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. — М.: Мир, 2000. — 685 с.
4. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. — М.: Наука, 1989.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

http://mipt.ru/education/chair/computational_mathematics/study/materials/compmath/

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Компиляторы и среды разработки C++, JAVA, FORTRAN, PYTHON

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

Успешное освоение курса требует напряжённой самостоятельной работы студента. В программе курса отведено минимально необходимое время для работы студента над темой. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы,
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе), подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения, доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на практических занятиях и в качестве курсового задания,
- подготовку к практическим занятиям и зачетам.

Руководство и контроль за самостоятельной работой студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания.

При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Информатика и вычислительная техника

профиль подготовки: Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики
кафедра вычислительной физики

курс: 4

квалификация: бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 7 (осенний) - Дифференцированный зачет

Разработчик: А.В. Чикиткин, канд. физ.-мат. наук, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Вычислительная математика» обучающийся должен:

знать:

Область применения, теоретические основы, основные принципы, особенности и современные тенденции развития методов вычислительной математики.

уметь:

Применять методы численного анализа для приближенного решения задач в области своей научно-исследовательской работы.

владеть:

Программными средствами разработки вычислительных алгоритмов и программ, способами их отладки, тестирования и практической проверки соответствия реализованного алгоритма теоретическим оценкам.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

См. файл.

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

См. файл.

Критерии оценивания

См. файл.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

См. файл.